

17 Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen

CORRECTIESLEUTEL

Inhoud

– Een stelsel?
 – De oplossingsmethode
 – Algebraïsche oplossingsmethodes
 – Vraagstukken oplossen
 – Signaal oefeningen
 – Differentiatietraject
 – Studiewijzer

WAT JE AL KUNT

- een eerstegraadsvergelijking in één onbekende oplossen
- de (algemene) vergelijking van een rechte herkennen
- een rechte tekenen m.b.v. de vergelijking van deze rechte
- coördinaten van een punt aflezen
- een vraagstuk oplossen m.b.v. een vergelijking

WAT JE LEERT IN DEZE MODULE

- de grafische betekenis van een stelsel van eerstegraadsvergelijkingen
- een stelsel van eerstegraadsvergelijkingen grafisch oplossen
- een stelsel van eerstegraadsvergelijkingen algebraïsch oplossen
- bij een vraagstuk een passend stelsel van eerstegraadsvergelijkingen opstellen
- een vraagstuk oplossen m.b.v. een stelsel van eerstegraadsvergelijkingen

IN DE KIJKER

Je kan een vraagstuk herschrijven tot een stelsel.

WISKUNDETAAL

- stelsel
- oplossingenverzameling V
- strijdig stelsel
- onbepaald stelsel
- bepaald stelsel
- $\{ \}$
- $\emptyset$
- gelijkstellingsmethode
- substitutiemethode
- combinatiemethode



Opdracht 1

Larissa spaart voor een nieuwe smartphone. In haar spaarpot zitten briefjes van € 5,00 en € 10,00. Ze telt 30 briefjes.

Larissa heeft nu een bedrag van € 240,00 gespaard.

Hoeveel briefjes van € 5,00 en hoeveel van € 10,00 zitten er in haar spaarpot?

Los dit vraagstuk op aan de hand van de volgende stappen.

1) Keuze van de onbekende: • aantal briefjes van € 5,00:

x

• aantal briefjes van € 10,00:

$30 - x$

2) Opstellen van een vergelijking:

$$5x + 10(30 - x) = 240$$

3) Oplossen van de vergelijking:

$$5x + 300 - 10x = 240$$

$$5x - 10x = 240 - 300$$

$$-5x = -60$$

$$x = \frac{-60}{-5}$$

$$x = 12$$

$$\rightarrow 30 - x = 30 - 12$$

$$= 18$$

4) Antwoord:

Larissa heeft nu

12

briefjes van € 5,00 en

18

briefjes van € 10,00.

5) Controle:

Controleer je antwoord.

Zijn er in totaal 30 briefjes? Is het totaalbedrag € 240,00?

$$\bullet 12 + 18 = 30$$

$$\bullet 12 \cdot 5 + 18 \cdot 10 = 60 + 180 \\ = 240$$

Opdracht 2

Noteer elke opgave korter door gebruik te maken van letters.

- Een rechthoek met een lengte l en breedte b heeft een oppervlakte van 24 cm^2 .
- De som van twee getallen is 20.
- Een rechthoek met een lengte l en breedte b heeft een omtrek van 12 cm.
- Het product van twee getallen is 91.
- Het verschil van twee getallen is 4.
- Twee getallen verhouden zich als 3 tot 4.

$$lb = 24$$

$$x + y = 20$$

$$2(l + b) = 12$$

$$xy = 91$$

$$x - y = 4$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$$

Opdracht 3

Teken de volgende rechten p en q in het assenstelsel.
Duid hun snijpunt in het groen aan.

$$p \leftrightarrow 2x + 3y - 2 = 0 \quad p \leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

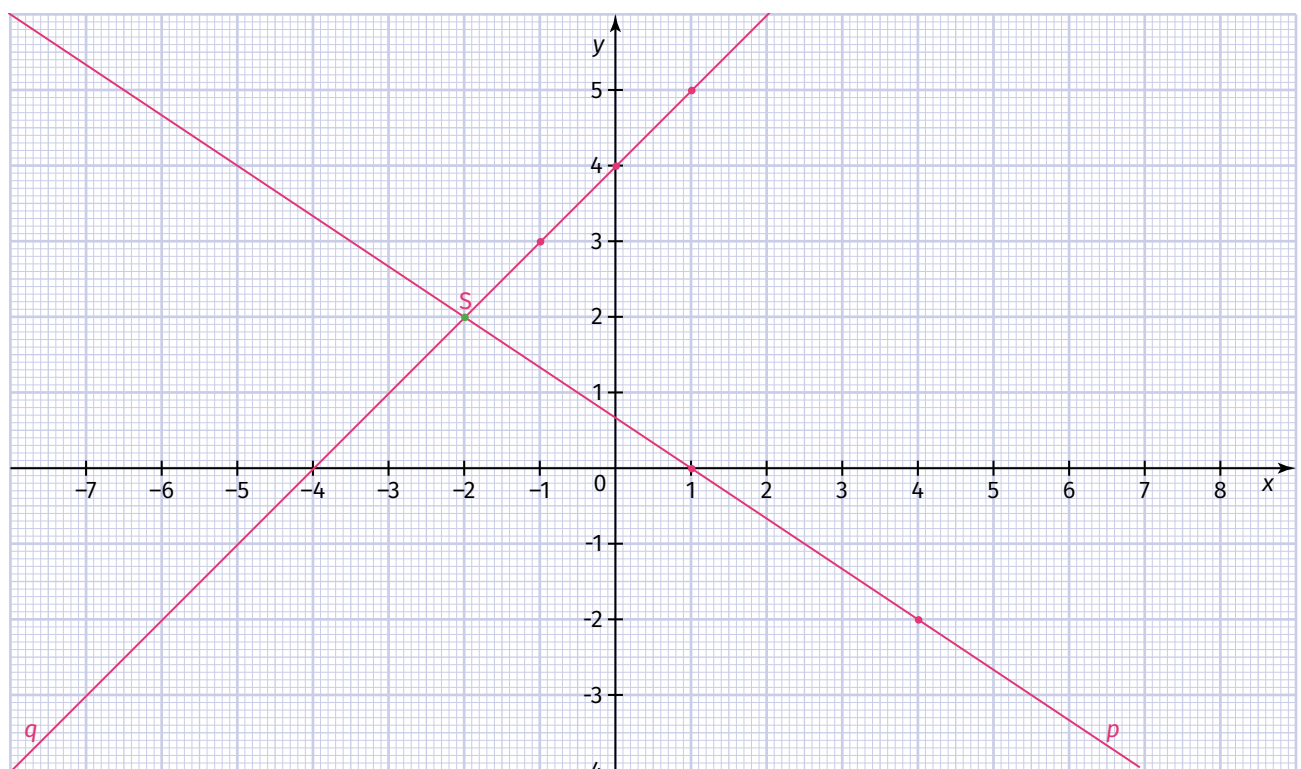
$$q \leftrightarrow x - y + 4 = 0 \quad q \leftrightarrow y = x + 4$$

rechte p		rechte q	
x	y	x	y
1	0	-1	3
4	-2	1	5



TIP Om de rechten p en q gemakkelijk te tekenen, kan je eerst

- enkele punten bepalen.
- OF • de vergelijking van de rechten schrijven in de vorm $y = ax + b$.



1 Wat is een stelsel?

Het vraagstuk uit de instap (opdracht 1) kan ook anders opgelost worden.
We maken hierbij gebruik van twee onbekenden.

Larissa spaart voor een nieuwe smartphone. In haar spaarpot zitten briefjes van € 5,00 en € 10,00. Ze telt 30 briefjes.
Larissa heeft nu een bedrag van € 240,00 gespaard. Hoeveel briefjes van € 5,00 en hoeveel van € 10,00 zitten er in haar spaarpot?

Oplossing

- 1) Keuze van de onbekenden:
- aantal briefjes van € 5,00: x
 - aantal briefjes van € 10,00: y

- 2) Opstellen van de vergelijkingen:

“Ze telt 30 briefjes.” $\rightarrow x + y = 30$

“Larissa heeft nu € 240,00 gespaard.” $\rightarrow 5x + 10y = 240$

De samenvoeging van deze beide vergelijkingen levert een **stelsel** op.

In deze module komen stelsels van twee vergelijkingen van de eerste graad in twee onbekenden aan bod.

We noteren een stelsel door een accolade vooraan te plaatsen.

notatie $\left\{ \begin{array}{l} x + y = 30 \\ 5x + 10y = 240 \end{array} \right.$

- 3) Oplossen van het stelsel:

Bij elke vergelijking van het stelsel horen er oneindig veel oplossingen.

$x + y = 30$		
x	y	(x, y)
8	22	(8, 22)
9	21	(9, 21)
10	20	(10, 20)
11	19	(11, 19)
12	18	(12, 18)
13	17	(13, 17)
14	16	(14, 16)
15	15	(15, 15)

$5x + 10y = 240$		
x	y	(x, y)
8	20	(8, 20)
10	19	(10, 19)
12	18	(12, 18)
14	17	(14, 17)
16	16	(16, 16)
18	15	(18, 15)
20	14	(20, 14)
22	13	(22, 13)

De oplossing van het stelsel moet een oplossing zijn voor de eerste en voor de tweede vergelijking. Enkel het koppel (12, 18) behoort tot beide oplossingenverzamelingen.

De oplossingenverzameling van het stelsel is dus:

$$V = \{(12, 18)\}$$

Verder in deze module leer je hoe je een stelsel moet oplossen.

- 4) Antwoord:

Larissa heeft nu 12 briefjes van € 5,00 en 18 briefjes van € 10,00.

- 5) Controle:

Controleer je antwoord.

Zijn er in totaal 30 briefjes?

$$12 + 18 = 30$$

Is het totaalbedrag € 240,00?

$$\text{en } 5 \cdot 12 + 10 \cdot 18 = 240$$

Algemeen

Een **stelsel** van twee vergelijkingen van de eerste graad in twee onbekenden stellen we als volgt voor:

notatie $\left\{ \begin{array}{l} ux + vy + w = 0 \\ u'x + v'y + w' = 0 \end{array} \right.$ met u, v, w, u', v' en $w' \in \mathbb{R}$ (u en v niet tegelijkertijd 0; u' en v' niet tegelijkertijd 0)

Een oplossing van het stelsel is een koppel reële getallen (x, y) dat voldoet aan beide vergelijkingen. De **oplossingenverzameling** van een stelsel is dus de doorsnede van de oplossingenverzamelingen van de afzonderlijke vergelijkingen.



Verwerkingsopdrachten



1

Schrijf elke vergelijking in de vorm $ux + vy + w = 0$.

Noteer bij elke vergelijking drie mogelijke oplossingen.

	a) $2x = 5 + 4y$	b) $3y = 10 + x$	c) $x = -3y$
$ux + vy + w = 0$	$2x - 4y - 5 = 0$	$x - 3y + 10 = 0$	$x + 3y = 0$
3 oplossingen: 1)	$\left(-1, -\frac{7}{4}\right)$	$(-1, 3)$	$(0, 0)$
2)	$\left(0, -\frac{5}{4}\right)$	$(2, 4)$	$(-3, 1)$
3)	$\left(1, -\frac{3}{4}\right)$	$(-7, 1)$	$(3, -1)$

2

Noteer het volgende vraagstuk als een stelsel.

(Let op, je moet het vraagstuk dus niet oplossen!)

De omtrek van een rechthoek is 40 m. De lengte is 4 m minder dan het dubbele van de breedte. Bereken de lengte en de breedte van deze rechthoek.

Oplossing:

1) Keuze van de onbekenden • **lengte rechthoek** : x

• **breedte rechthoek** : y

2) Opstellen van de twee vergelijkingen van het stelsel:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2(x + y) = 40 \\ x = 2y - 4 \end{array} \right.$$

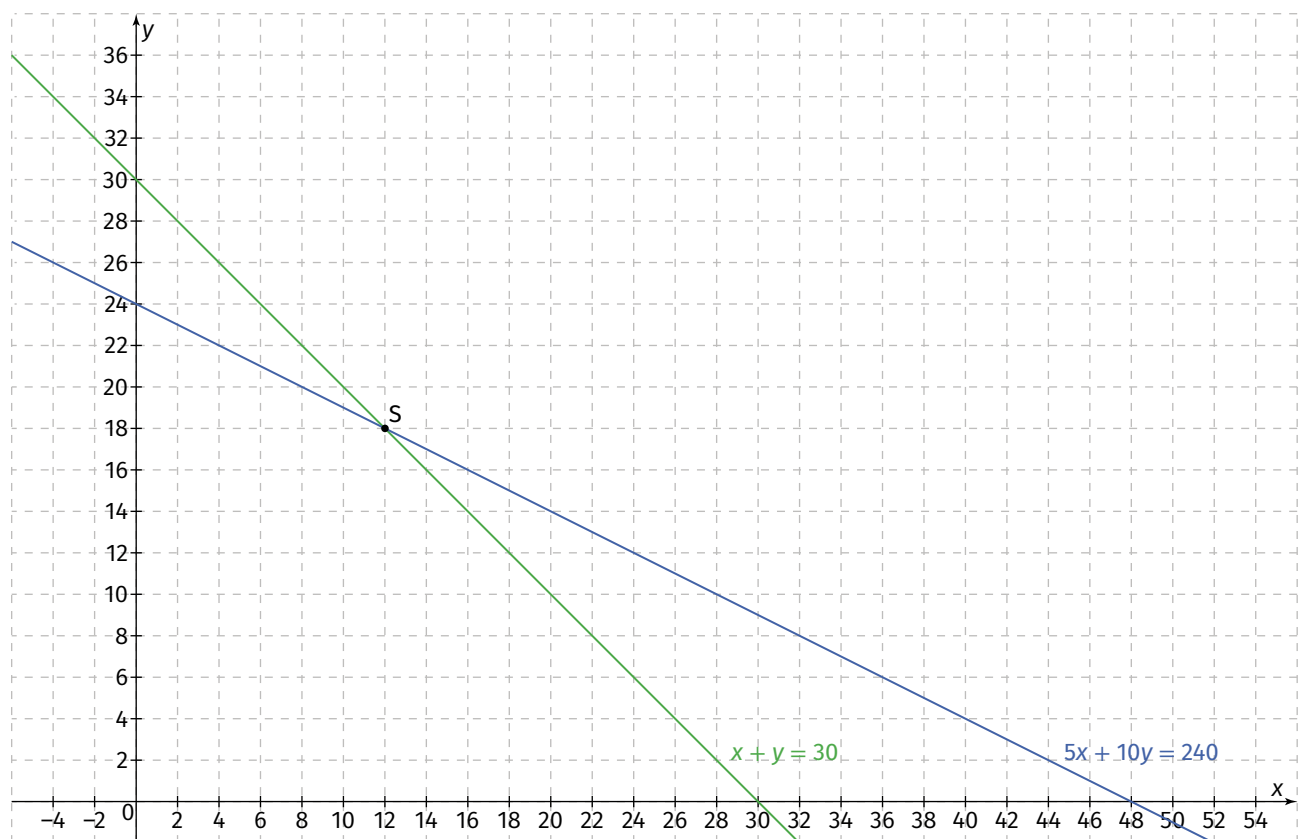
2 Grafische oplossingsmethode

Een stelsel bevat twee vergelijkingen van de eerste graad in twee onbekenden. Elke vergelijking is te herleiden naar de vorm $ux + vy + w = 0$ (met u en v niet tegelijkertijd 0). Beide vergelijkingen zijn dus vergelijkingen van rechten.

$$\begin{cases} x + y = 30 & \rightarrow \text{rechte } a \\ 5x + 10y = 240 & \rightarrow \text{rechte } b \end{cases}$$

Dit stelsel bevat dus twee vergelijkingen van rechten. We kunnen deze rechten tekenen in een assenstelsel.

rechte a		rechte b	
x	y	x	y
0	30	0	24
2	28	20	14



Er is precies één punt dat op beide rechten ligt, namelijk het snijpunt S van beide rechten.

De coördinaat van dit punt S voldoet aan beide vergelijkingen van het stelsel.

De oplossingenverzameling V van het stelsel is $(12, 18)$ of $V = \{(12, 18)\}$.

We kunnen dit ook met ICT nagaan. We tekenen eerst de 2 rechten en bepalen nadien hun snijpunt.



— Merk op —

- Twee rechten snijden elkaar niet altijd. Afhankelijk van de onderlinge ligging van twee rechten, krijgt het stelsel een andere benaming en bevat de oplossingenverzameling niet steeds precies één koppel.

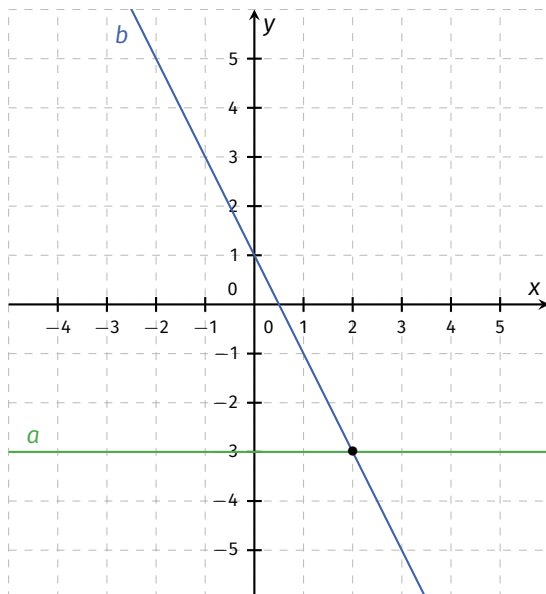
$\begin{cases} 3x + y + 1 = 0 \\ 3x - y + 1 = 0 \end{cases}$ De rechten snijden elkaar. Er is precies één snijpunt. De rechten hebben een verschillende richtingscoëfficiënt. Er is precies één oplossing. Dit is een bepaald stelsel.	$\begin{cases} 3x + y + 1 = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \end{cases}$ De rechten zijn evenwijdig. Er zijn geen snijpunten. De rechten hebben dezelfde richtingscoëfficiënt. Er is geen oplossing. $V = \{\}$ of $V = \emptyset$ Dit is een strijdig stelsel.	$\begin{cases} 3x + y + 1 = 0 \\ 3x + y + 1 = 0 \end{cases}$ De rechten vallen samen. Ze hebben alle punten gemeenschappelijk. De rechten hebben dezelfde richtingscoëfficiënt. Er zijn oneindig veel oplossingen. Dit is een onbepaald stelsel.
---	--	---

- Bij de grafische oplossingsmethode kan je de coördinaat van het snijpunt niet altijd nauwkeurig aflezen. Je kan hierbij natuurlijk gebruik maken van een grafisch rekentoestel of een wiskundig tekenprogramma. In het volgende onderdeel leer je ook de oplossing van een stelsel berekenen zonder de rechten eerst te tekenen.
- Niet alle algemene vergelijkingen van rechten zijn grafieken van eerstegraadsfuncties.

Voorbeeld 1

$$\begin{cases} y + 3 = 0 & \rightarrow \text{rechte } a \text{ evenwijdig met de } x\text{-as} \\ 2x + y - 1 = 240 & \rightarrow \text{rechte } b \end{cases}$$

Met ICT krijg je deze grafiek:

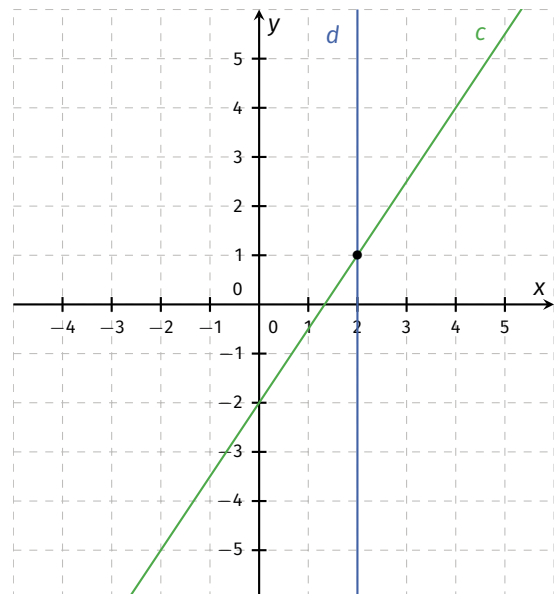


$$V = \{(2, 3)\}$$

Voorbeeld 2

$$\begin{cases} 3x - 2y - 4 = 0 & \rightarrow \text{rechte } c \\ x - 2 = 0 & \rightarrow \text{rechte } d \text{ evenwijdig met de } y\text{-as} \end{cases}$$

Met ICT krijg je deze grafiek:



$$V = \{(2, 1)\}$$



Verwerkingsopdrachten



2,3

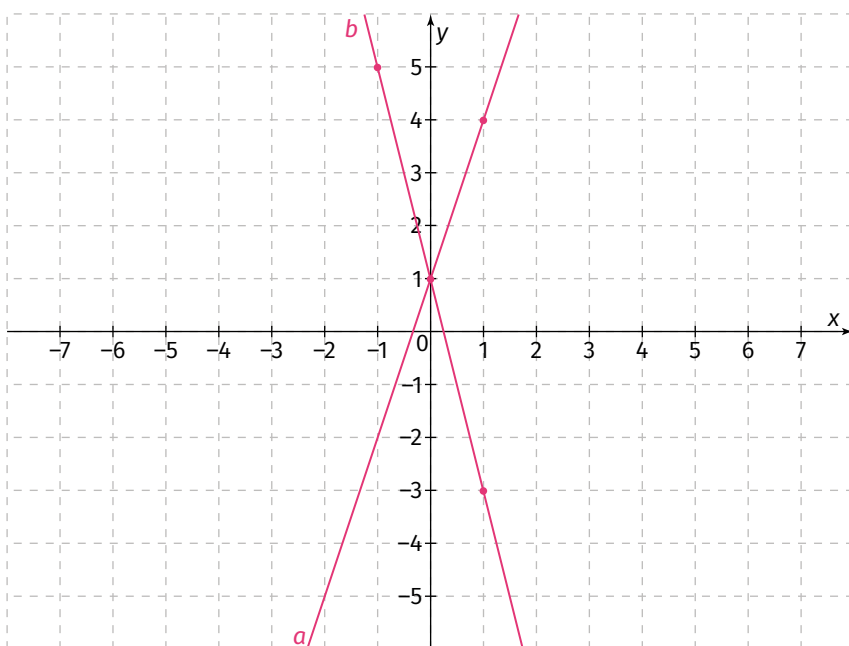
3

Los de volgende stelsels grafisch op. Bepaal telkens de oplossingenverzameling.

a)
$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = -4x + 1 \end{cases}$$
 $\rightarrow$ rechte a
 $\rightarrow$ rechte b

rechte a	
x	y
0	1
1	4

rechte b	
x	y
1	-3
-1	5



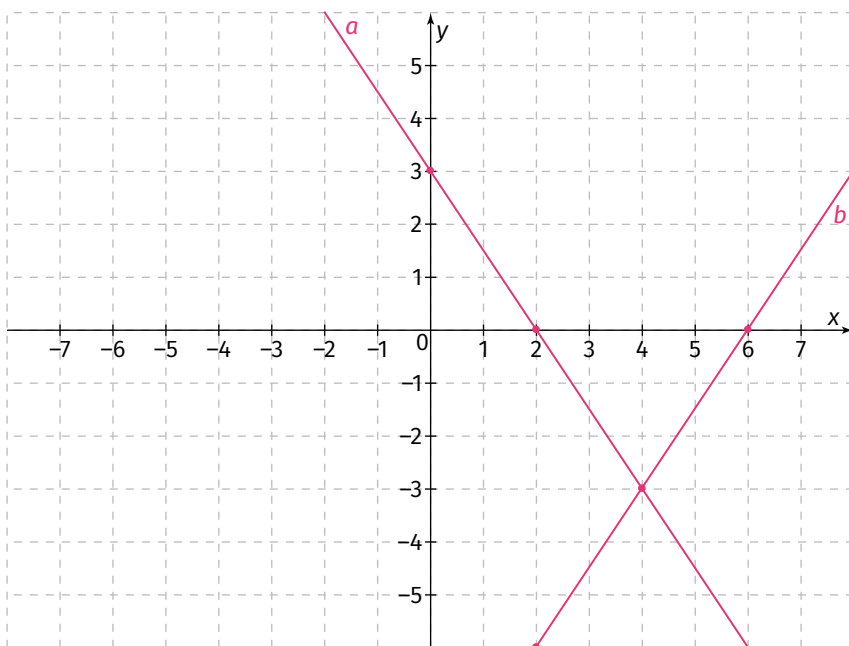
$$V = \{(0, 1)\}$$

Controleer je antwoord met ICT.

b)
$$\begin{cases} 3x + 2y - 6 = 0 \\ 3x - 2y - 18 = 0 \end{cases}$$
 $a \leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$
 $b \leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - 9$

rechte a	
x	y
0	3
2	0

rechte b	
x	y
6	0
2	-6



$$V = \{(4, -3)\}$$

Controleer je antwoord met ICT.

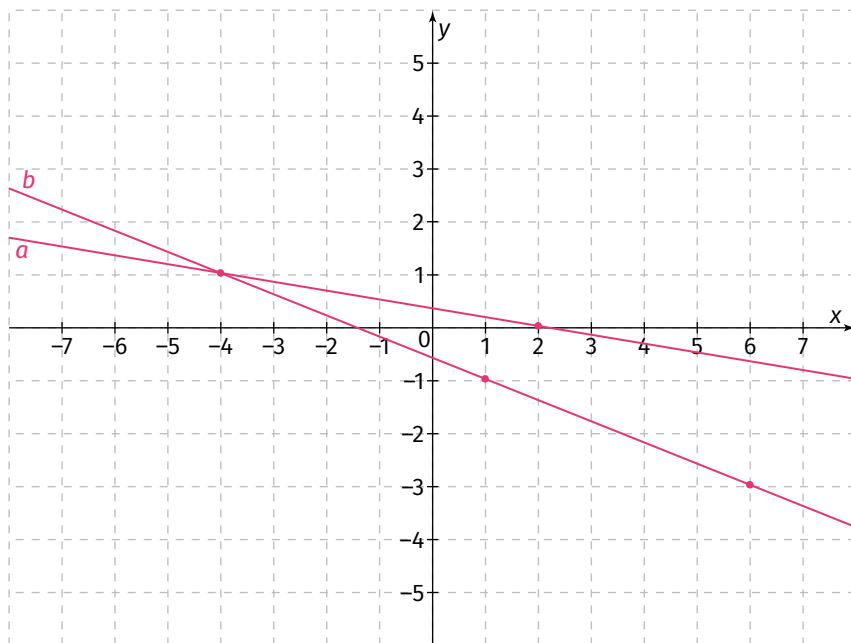
$$c) \begin{cases} x + 6y - 2 = 0 \\ 2x + 5y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$a \leftrightarrow y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$$

$$b \leftrightarrow y = -\frac{2}{5}x - \frac{3}{5}$$

rechte a	
x	y
2	0
8	-1

rechte b	
x	y
1	-1
6	-3



$$V = \{(-4, 1)\}$$

Controleer je antwoord met ICT.

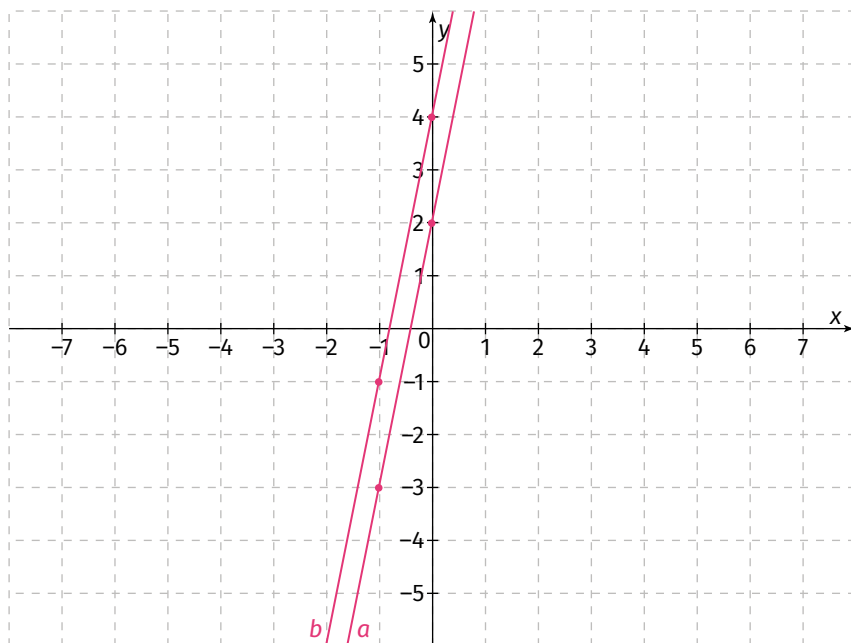
$$d) \begin{cases} 5x - y + 2 = 0 \\ 5x - y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$a \leftrightarrow y = 5x + 2$$

$$b \leftrightarrow y = 5x + 4$$

rechte a	
x	y
0	2
-1	-3

rechte b	
x	y
-1	-1
0	4



$$V = \emptyset \text{ of } V = \{\}$$

Controleer je antwoord met ICT.

4

Los het volgende stelsel grafisch op. Gebruik hierbij ICT. Bepaal de oplossingenverzameling.

$$a) \begin{cases} 3x + 2y - 11 = 0 \\ 2x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 3 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2} \\ y = -2x + 1 \end{cases}$$

$$V = \{(-9, 19)\}$$

$$b) \begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$V = \{(-3, 2)\}$$



5

Verbind de stelsels met de juiste benaming en het juiste aantal oplossingen.

$$\begin{cases} 3x + 5y = 2 \\ 6x + 10y = 4 \end{cases}$$

Het stelsel is bepaald.

Het stelsel heeft oneindig veel oplossingen.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x - 6y = 4 \end{cases}$$

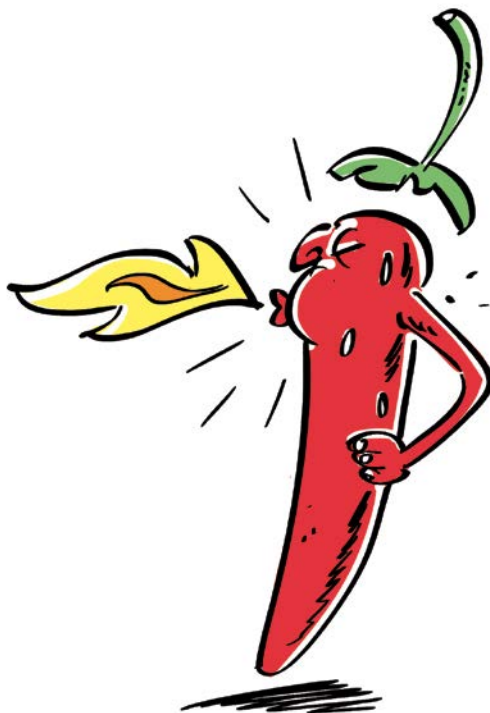
Het stelsel is strijdig.

Het stelsel heeft precies één oplossing.

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

Het stelsel is onbepaald.

Het stelsel heeft geen oplossingen.



3 Algebraïsche oplossingsmethodes

Met een algebraïsche oplossingsmethode bereken je de oplossing van het stelsel zonder dat je de rechten moet tekenen.

De oplossing van het stelsel is onafhankelijk van de gekozen oplossingsmethode.

3.1 De gelijkstellingsmethode

Hoe los je een stelsel op door middel van de gelijkstellingsmethode?

methode

STAP 1: Vorm beide vergelijkingen om naar dezelfde onbekende.

STAP 2: Stel beide uitdrukkingen aan elkaar gelijk.

STAP 3: Los de verkregen vergelijking op.

STAP 4: Vervang de gevonden onbekende in één van de twee vergelijkingen en bereken zo de andere onbekende.

Voorbeeld 1

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y - 30 = 0 \\ 5x + 10y - 240 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = -y + 30 \\ 5x = -10y + 240 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = -y + 30 \\ x = -2y + 48 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} -y + 30 = -2y + 48 \\ x = -2y + 48 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 18 \\ x = -2y + 48 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 18 \\ x = -36 + 48 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 18 \\ x = 12 \end{cases} \\ &V = \{(12, 18)\} \end{aligned}$$

Voorbeeld 2

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -3x + 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x + 1 = -3x + 9 \\ y = x + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 4x = 8 \\ y = x + 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \\ &V = \{(2, 3)\} \end{aligned}$$



— Merk op —

- Deze methode is gemakkelijk te gebruiken als er één onbekende in beide vergelijkingen met coëfficiënt 1 of -1 voorkomt.
- Deze methode leunt dicht aan bij de grafische oplossingsmethode. Als je in beide vergelijkingen y voorop plaatst, dan zie je de vergelijkingen van de rechten staan.
- Vervang in het stelsel één van de vergelijkingen (of beide) door een evenwaardige vergelijking. Twee vergelijkingen zijn gelijkwaardig als ze dezelfde oplossing hebben.

3.2 De combinatiemethode

Hoe los je een stelsel op door middel van de combinatiemethode?

methode

STAP 1: Vermenigvuldig beide vergelijkingen met een verschillend getal (dat niet nul is), zodat één van de onbekenden tegengestelde coëfficiënten hebben.

STAP 2: Tel de vergelijkingen lid aan lid op.

STAP 3: Los de verkregen vergelijking op.

STAP 4: Vervang de gevonden onbekende in één van de twee vergelijkingen en bereken zo de andere onbekende.

Voorbeeld 1

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot (-3) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 3y = -9 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y = -10 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 3x - 4 = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ 3x = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$V = \{(1, -2)\}$$

Voorbeeld 2

$$\begin{cases} x + 2y = -13 \\ -3x + 4y = 9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot (-2) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = 26 \\ -3x + 4y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x = 35 \\ -3x + 4y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ 21 + 4y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ 4y = -12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$V = \{(-7, -3)\}$$

Voorbeeld 3

$$\begin{cases} x + y - 30 = 0 \\ 5x + 10y - 240 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot (-5) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5x - 5y + 150 = 0 \\ 5x + 10y - 240 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y - 90 = 0 \\ 5x + 10y - 240 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 \\ 5x + 180 - 240 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 \\ 5x = 60 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$V = \{(12, 18)\}$$

Voorbeeld 4

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 8 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 - y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$V = \{(2, 3)\}$$



— Merk op —

- Je kan de stappen 1 tot en met 3 herhalen om zo de andere onbekende te zoeken.
Als je een rekenfout maakte bij de eerste onbekende, kan je nog steeds de andere onbekende correct berekenen.
- Als er breuken in de opgave staan, kan je de noemers gemakkelijk wegwerken door de volledige vergelijking met eenzelfde getal (verschillend van nul) te vermenigvuldigen.

3.3 De substitutiemethode

Hoe los je een stelsel op door middel van de substitutiemethode?

methode

STAP 1: Vorm één van de vergelijkingen om naar x of y .

STAP 2: Vervang deze onbekende in de andere vergelijking.

STAP 3: Los de verkregen vergelijking op.

STAP 4: Vervang de gevonden onbekende in één van de twee vergelijkingen en bereken zo de andere onbekende.

Voorbeeld 1

$$\begin{cases} x - y = 3 & \rightarrow y = x - 3 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3 \\ 3x + 2(x - 3) = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3 \\ 3x + 2x - 6 = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3 \\ 5x = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$V = \{(1, -2)\}$$

Voorbeeld 2

$$\begin{cases} x + 2y = -13 & \rightarrow x = -2y - 13 \\ -3x + 4y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 13 \\ -3(-2y - 13) + 4y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 13 \\ 6y + 39 + 4y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 13 \\ 10y = -30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 13 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 13 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$V = \{(-7, -3)\}$$

Voorbeeld 3

$$\begin{cases} x + y - 30 = 0 & \rightarrow y = -x + 30 \\ 5x + 10y - 240 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 30 \\ 5x + 10(-x + 30) - 240 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 30 \\ 5x - 10x + 300 - 240 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 30 \\ -5x = -60 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 30 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$V = \{(12, 18)\}$$

Voorbeeld 4

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 & \rightarrow x = y - 1 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 3(y - 1) + y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 3y - 3 + y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ 4y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$V = \{(2, 3)\}$$



— Merk op —

- Substitutie betekent vervanging.
- Gebruik de omgevormde vergelijking om de gevonden onbekende in te vullen. Zo vind je heel snel de ontbrekende onbekende.
- Deze methode is gemakkelijk te gebruiken als er een onbekende met coëfficiënt 1 of -1 in de opgave voorkomt.



Verwerkingsopdrachten



4, 5, 6, 7

6

Los de volgende stelsels op met de gelijkstellingsmethode.
Bepaal telkens de oplossingenverzameling.

a)
$$\begin{cases} y = 2x + 8 \\ 3x + y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 8 \\ y = -3x + 18 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 8 \\ 2x + 8 = -3x + 18 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 8 \\ 5x = 10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 2 \end{cases} \\ &V = \{(2, 12)\} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{cases} x + 4y = 8 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 - 4y \\ x = 6 + 2y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 8 - 4y = 6 + 2y \\ x = 6 + 2y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 6y \\ x = 6 + 2y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3} \\ x = \frac{20}{3} \end{cases} \\ &V = \left\{ \left(\frac{20}{3}, \frac{1}{3} \right) \right\} \end{aligned}$$

c)
$$\begin{cases} -x + y = -2 \\ -4x - y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 + x \\ y = -4x - 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 + x \\ -2 + x = -4x - 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 + x \\ 5x = -1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{11}{5} \\ x = -\frac{1}{5} \end{cases} \\ &V = \left\{ \left(-\frac{1}{5}, -\frac{11}{5} \right) \right\} \end{aligned}$$

7

Los de volgende stelsels op met de combinatiemethode.
Bepaal telkens de oplossingenverzameling.

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ 3x - 4y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 12 & \cdot 2 \\ 3x - 4y = -4 & \cdot 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 24 \\ 3x - 4y = -4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 20 \\ 2x + 4y = 24 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 4y = 24 - 8 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \\ &V = \{(4, 4)\} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{cases} -x - 3y = 12 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 3y = 12 & \cdot 1 \\ 3x + y = -5 & \cdot 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 3y = 12 \\ 9x + 3y = -15 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -x - 3y = 12 \\ 8x = -3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -3y = 12 - \frac{3}{8} \\ x = -\frac{3}{8} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -3y = \frac{93}{8} \\ x = -\frac{3}{8} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{31}{8} \\ x = -\frac{3}{8} \end{cases} \\ &V = \left\{ \left(-\frac{3}{8}, -\frac{31}{8} \right) \right\} \end{aligned}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 6y - 19 = 0 \\ 3x + y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y - 19 = 0 & \cdot 1 \\ 3x + y + 5 = 0 & \cdot (-6) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y - 19 = 0 \\ -18x - 6y - 30 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y - 19 = 0 \\ -16x - 49 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{98}{16} + 6y = 19 \\ x = -\frac{49}{16} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 19 + \frac{49}{8} \\ x = -\frac{49}{16} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 6y = \frac{201}{8} \\ x = -\frac{49}{16} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{67}{16} \\ x = -\frac{49}{16} \end{cases} \\ &V = \left\{ \left(-\frac{49}{16}, \frac{67}{16} \right) \right\} \end{aligned}$$

8

Noteer de volgende stelsels zonder breuken in de opgave. (Je moet de stelsels niet oplossen.)

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}y = 5 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}y = 5 & \cdot 4 \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y = 2 & \cdot 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y = 20 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -3 \\ \frac{1}{2}x + y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -3 & \cdot 2 \\ \frac{1}{2}x + y = 9 & \cdot 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 4y = -6 \\ x + 2y = 18 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{2}{7}x + \frac{1}{7}y = 2 \\ \frac{3}{4}x = -\frac{1}{2}y + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{7}x + \frac{1}{7}y = 2 & \cdot 7 \\ \frac{3}{4}x = -\frac{1}{2}y + 5 & \cdot 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 14 \\ 3x = -2y + 20 \end{cases}$$

9

Los de volgende stelsels op met de substitutiemethode.
Bepaal telkens de oplossingenverzameling.

$$\text{a) } \begin{cases} 2y = -4 \\ x + 5y = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x - 10 = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 20 \end{cases}$$

$$V = \{(20, -2)\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 2x - 3(6 - 2x) = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 2x - 18 + 6x = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 8x = 22 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ x = \frac{11}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 - \frac{22}{4} \\ x = \frac{11}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = \frac{11}{4} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{11}{4}, \frac{1}{2} \right) \right\}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 4x + y = 5 \\ 8x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 4x \\ 8x - 2 \cdot (5 - 4x) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 4x \\ 8x - 10 + 8x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 4x \\ 16x = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - 4x \\ x = \frac{10}{16} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 - \frac{20}{8} \\ x = \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{2} \\ x = \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{5}{8}, \frac{5}{2} \right) \right\}$$

4 Vraagstukken oplossen

Hoe los je een vraagstuk op met een stelsel?

methode

- STAP 1: Gebruik twee letters (meestal x en y) om de onbekenden voor te stellen.
Vermeld je keuze van de onbekenden.
- STAP 2: Stel twee vergelijkingen bij het vraagstuk op. Je krijgt nu een stelsel.
- STAP 3: Los het stelsel op (met een algebraïsche oplossingsmethode).
- STAP 4: Formuleer een antwoord.
- STAP 5: Controleer je antwoord.

Voorbeeld

De omtrek van een rechthoek is 40 m. De lengte is 4 m minder dan het dubbele van de breedte. Bereken de lengte en de breedte van deze rechthoek.

Oplossing

- 1) Keuze van de onbekenden:
- De lengte: x
 - De breedte: y

- 2) Twee vergelijkingen opstellen. Je krijgt een stelsel.

- "De omtrek van een rechthoek is 40 m." $\rightarrow 2(x + y) = 40$
- "De lengte is 4 m minder dan het dubbele van de breedte." $\rightarrow x = 2y - 4$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x + y) = 40 \\ x = 2y - 4 \end{cases}$$

- 3) Los het stelsel op.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 40 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 20 \\ x = 2y - 4 \end{cases}$$

Kies een algebraïsche oplossingsmethode om het stelsel op te lossen.

Met de gelijkstellingsmethode:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x = -y + 20 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 2y - 4 = -y + 20 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 3y = 24 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 8 \\ x = 16 - 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 8 \\ x = 12 \end{cases} \\ V = &\{(12, 8)\} \end{aligned}$$

Met de combinatiemethode:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 20 & \cdot 2 \\ x - 2y = -4 & \cdot 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 2x + 2y = 40 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 3x = 36 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 12 \\ 12 - 2y = -4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 12 \\ -2y = -16 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases} \\ V = &\{(12, 8)\} \end{aligned}$$

Met de substitutiemethode:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 20 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 2y - 4 + y = 20 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} 3y = 24 \\ x = 2y - 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} y = 8 \\ x = 12 \end{cases} \\ V = &\{(12, 8)\} \end{aligned}$$

- 4) Antwoord:

De lengte van de rechthoek is 12 m en de breedte is 8 m.

5) Controle:

$$\begin{cases} 2(12 + 8) = 40 \\ 12 = 2 \cdot 8 - 4 \end{cases}$$



Verwerkingsopdrachten



10

Stel een passend stelsel op bij elk van de volgende opgaven.
Vermeld duidelijk je keuze van de onbekenden.
(Je moet het stelsel niet oplossen.)

- a) Twee getallen waarvan de som 162 is en het verschil 88.

eerste (kleinste) getal: x
tweede (grootste) getal: y

$$\begin{cases} x + y = 162 \\ y - x = 88 \end{cases}$$

- b) Twee getallen waarvan de som 245 is en het quotiënt 6.

eerste (kleinste) getal: x
tweede (grootste) getal: y

$$\begin{cases} x + y = 245 \\ \frac{y}{x} = 6 \end{cases} \quad \text{of} \quad \begin{cases} x + y = 245 \\ y = 6x \end{cases}$$

- c) Een eerste getal is drie meer dan het dubbel van een tweede getal.
Het dubbel van het eerste getal is twaalf keer kleiner dan het vijfvoud van het tweede getal.

eerste getal: x
tweede getal: y

$$\begin{cases} x = 2y + 3 \\ 2x = \frac{5y}{12} \end{cases}$$

- d) Mama Katrien was 5 jaar geleden driemaal zo oud als haar zoon Wolf. Over vijf jaar is Katrien dubbel zo oud als haar zoon Wolf.

leeftijd mama Katrien nu: x
leeftijd zoon Wolf nu: y

$$\begin{cases} x - 5 = 3(y - 5) \\ x + 5 = 2(y + 5) \end{cases}$$

11

Los de volgende vraagstukken op met een stelsel.
Noteer je tussenstappen en volg het stappenplan.



- a) Vader Kristof is vijfmaal zo oud als zijn dochter Lena. Vijf jaar geleden was de leeftijd van Lena een negende van die van Kristof (op dat moment). Hoe oud zijn ze nu?

- leeftijd vader Kristof nu: x
leeftijd dochter Lena nu: y

$$x = 5 \cdot y$$

$$y - 5 = \frac{1}{9} (x - 5) \Leftrightarrow 9 \cdot (y - 5) = x - 5$$

$$\begin{cases} x - 5 = 9(y - 5) \\ x = 5y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 9y - 45 \\ x = 5y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y - 5 = 9y - 45 \\ x = 5y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4y = -40 \\ x = 5y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 \\ x = 50 \end{cases}$$

$$V = \{(50, 10)\}$$

- Antwoord: Vader Kristof is 50 jaar, dochter Lena is 10 jaar.

- Controle:

$$\begin{cases} 50 - 5 = 9(10 - 5) \\ 50 = 5 \cdot 10 \end{cases}$$

- b) Een bedrag van € 265,00 wordt verdeeld in briefjes van € 10,00 en € 5,00. Hoeveel briefjes zijn er van elk als er in totaal 41 briefjes zijn?

- aantal briefjes van € 10,00: x
aantal briefjes van € 5,00: y

$$\begin{cases} x + y = 41 \\ 10x + 5y = 265 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 41 - y \\ 10x + 5y = 265 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 41 - y \\ 10(41 - y) + 5y = 265 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 41 - y \\ 410 - 10y + 5y = 265 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 41 - y \\ -5y = -145 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 41 - y \\ y = 29 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 29 \end{cases}$$

$$V = \{(12, 29)\}$$

- Antwoord: Er zijn 12 briefjes van € 10,00 en 29 briefjes van € 5,00.

- Controle:

$$\begin{cases} 12 + 29 = 41 \\ 10 \cdot 12 + 5 \cdot 29 = 265 \end{cases}$$



Signaal oefeningen

1

Stel een passend stelsel op bij de volgende vraagstukken. Vermeld duidelijk je keuze van onbekenden. Je moet de vraagstukken niet oplossen.

- a) Op een school komen er $2 \cdot$ x y 120 leerlingen met de fiets als met de bus. Er zijn 960 leerlingen die op een andere manier naar school komen. De school telt in totaal 960 leerlingen. Hoeveel leerlingen komen er met de fiets naar school?
som van drie

Onbekenden benoemen: **aantal leerlingen met de fiets: x**
aantal leerlingen met de bus: y

Stelsel:

$$\begin{cases} x = 2y \\ x + y + 120 = 960 \end{cases}$$

- b) De leeftijd van Karel is 2 jaar minder dan het viervoud van de leeftijd van zijn dochter Isabel. Over 20 jaar zal Karel dubbel zo oud zijn als Isabel (op dat moment). Hoe oud zijn ze beide nu?

Onbekenden benoemen: **leeftijd Karel (nu): x**
leeftijd Isabel (nu): y

Stelsel:

$$\begin{cases} x = 4y - 2 \\ x + 20 = 2(y + 20) \end{cases}$$

- c) De omtrek van een rechthoek is 30 meter. De lengte is 3 meter langer dan het dubbele van de breedte. Bereken de lengte en de breedte van die rechthoek.

Onbekenden benoemen: **lengte rechthoek: x**
breedte rechthoek: y

Stelsel:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 30 \\ x = 2y + 3 \end{cases} \quad \text{of} \quad \begin{cases} 2(x + y) = 30 \\ x = 2y + 3 \end{cases}$$

- d) Voor een theatervoorstelling van 'Les Misérables' in de stadsschouwburg zijn er plaatsen van 35 euro en van 30 euro. Tijdens een voorstelling komen er 1200 toeschouwers opdagen. De ontvangsten bedragen 38 250 euro. Hoeveel toeschouwers betaalden 35 euro en hoeveel betaalden er 30 euro?

Onbekenden benoemen: **aantal tickets van € 35,00: x**
aantal tickets van € 30,00: y

Stelsel:

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 35x + 30y = 38\,250 \end{cases}$$

>>> Verder oefenen: D1 t.e.m. D3

2

Noteer een stelsel dat aan de gegeven voorwaarde voldoet.

a) $(2, 3)$ is een oplossing.

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$

b) $(0, 0)$ is een oplossing.

$$\begin{cases} y = 7x \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases}$$

c) Het stelsel is strijdig.

$$\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

>>> Verder oefenen: D4 t.e.m. D10

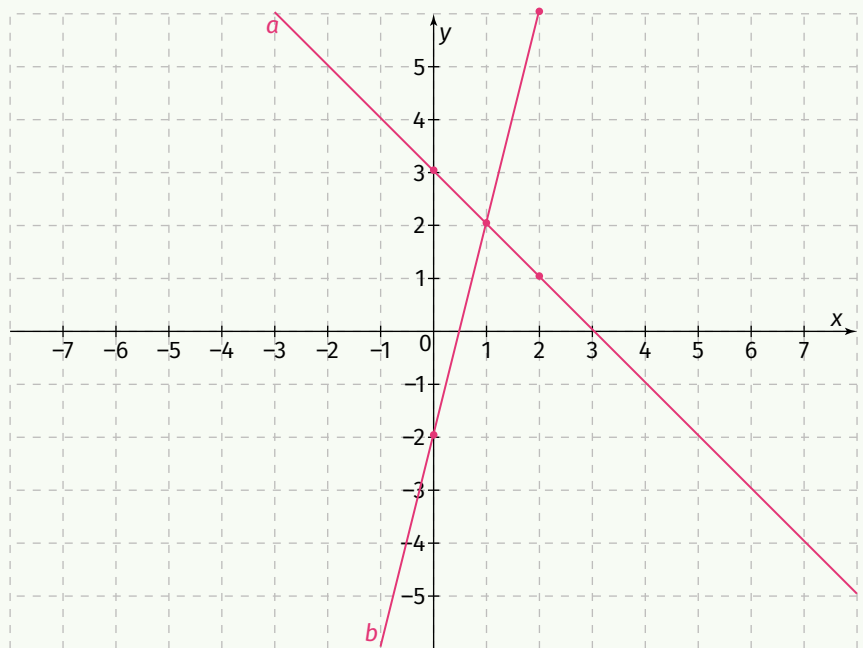
3

Los de volgende stelsels grafisch op.

$$\begin{cases} x + y = 3 & a \leftrightarrow y = -x + 3 \\ 4x - y = 2 & b \leftrightarrow y = 4x - 2 \end{cases}$$

rechte a	
x	y
0	3
2	1

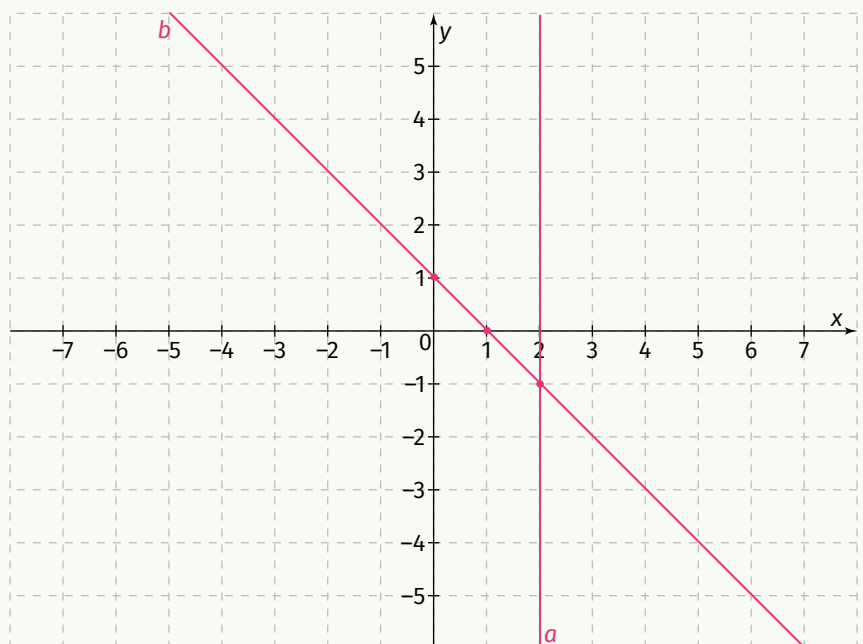
rechte b	
x	y
0	-2
2	6



$$V = \{(1, 2)\}$$

$$\begin{cases} 3x = 6 & a \leftrightarrow x = 2 \\ -x - y = -1 & b \leftrightarrow y = -x + 1 \end{cases}$$

rechte b	
x	y
0	1
1	0



$$V = \{(2, -1)\}$$

>>> Verder oefenen: D4 t.e.m. D10

4

Los het stelsel op met de gelijkstellingsmethode.

$$\begin{cases} -2x + y = 1 \\ -x - y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 = -x - 2 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -3 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$V = \{(-1, -1)\}$$

>>> Verder oefenen: D11 t.e.m. D21

5

Los het stelsel op met de combinatiemethode.

$$\begin{cases} -4x - 3y = 5 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x - 3y = 5 & \cdot 1 \\ 2x + y = 6 & \cdot 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x - 3y = 5 \\ 4x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = 17 \\ 4x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -17 \\ 4x + 2 \cdot (-17) = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -17 \\ x = \frac{23}{2} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{23}{2}, -17 \right) \right\}$$

>>> Verder oefenen: D11 t.e.m. D21

6

Los het stelsel op met de substitutiemethode.

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 5x + y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 6 \\ y = -5x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 10x = 6 \\ y = -5x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -9x = 6 \\ y = -5x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3} \right) \right\}$$

>>> Verder oefenen: D11 t.e.m. D21

7

Los het stelsel op met een algebraïsche methode naar keuze.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ -x + 4y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x = 4y - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(4y - 5) + 3y = 12 \\ x = 4y - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8y - 10 + 3y = 12 \\ x = 4y - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 22 \\ x = 4y - 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$V = \{(3, 2)\}$$

>>> Verder oefenen: D11 t.e.m. D21

8

Los het volgend vraagstuk op met behulp van een stelsel.

Als Merel één kaart geeft aan Arend, dan heeft ze er dubbel zoveel als Arend. Als Arend drie kaarten aan Merel geeft, dan heeft ze er viermaal zoveel als Arend.

Hoeveel kaarten hebben Arend en Merel elk?



- aantal kaarten van Merel: x
aantal kaarten van Arend: y

$$\bullet \begin{cases} x - 1 = (y + 1)2 \\ x + 3 = 4(y - 3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 2y + 2 \\ x + 3 = 4y - 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 3 \\ x = 4y - 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 3 \\ 2y + 3 = 4y - 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 3 \\ 2y = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 9 \end{cases}$$

$$V = \{(21, 9)\}$$

- Antwoord: Merel heeft 21 kaarten, Arend heeft er 9.

- Controle:

$$\begin{cases} 21 - 1 = (9 + 1)2 \\ 21 + 3 = 4(9 - 3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20 = 18 + 2 \\ 24 = 36 - 12 \end{cases}$$

>>> Verder oefenen: D22 t.e.m. D29



Differentiatietraject

module p. 24

1

Schrijf elke vergelijking in de vorm $ux + vy + w = 0$.

Noteer bij elke vergelijking drie mogelijke oplossingen.

	a) $-8x = -1 + 7y$	b) $\frac{1}{2}x = 3y - 4$	c) $9y = -2 + \frac{3}{4}x$
$ux + vy + w = 0$	$8x + 7y - 1 = 0$	$\frac{1}{2}x - 3y + 4 = 0$	$\frac{3}{4}x - 9y - 2 = 0$
3 oplossingen: 1)	$(1, -1)$	$(-2, 1)$	$(4, \frac{1}{9})$
2)	$(0, \frac{1}{7})$	$(4, 2)$	$(-4, -\frac{5}{9})$
3)	$(\frac{1}{8}, 0)$	$(10, 3)$	$(0, -\frac{2}{9})$



2

Stel een passend stelsel op bij de volgende vraagstukken.

Vermeld ook duidelijk je keuze van onbekenden.

Je moet het stelsel niet oplossen.

- a) Een erfenis wordt verdeeld onder enkele erfgenamen.
Krijgt iedere erfgenaam € 15 000,00, dan is er € 15 000,00 tekort.
Krijgt iedere erfgenaam € 10 000,00, dan is er € 10 000,00 over.
Bepaal het aantal erfgenamen en het totale bedrag van de erfenis.
- b) In een cocktailbar mengt men twee drankjes tot een lekkere cocktail.
Bij een verhouding van 3 tot 4 kost één liter van de cocktail 35 euro.
Bij een verhouding van 1 tot 3 kost één liter van deze cocktail 40 euro.
Hoeveel kost één liter van elke soort?
- c) De omtrek van een rechthoek is 80 meter. De lengte is 4 meter meer dan het dubbele van de breedte. Bereken de lengte en de breedte van deze rechthoek.



a) Keuze onbekenden:
aantal erfgenamen: x
totale erfenis: y

Stelsel:

$$\begin{cases} 15\,000x = y + 15\,000 \\ 10\,000x = y - 10\,000 \end{cases}$$

c) Keuze onbekenden:
lengte rechthoek: x
breedte rechthoek: y

Stelsel:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 80 \\ x = 2y + 4 \end{cases}$$

b) Keuze onbekenden:
prijs per liter eerste drankje: x
prijs per liter tweede drankje: y

Stelsel:

$$\begin{cases} \frac{3x + 4y}{7} = 35 \\ \frac{x + 3y}{4} = 40 \end{cases}$$



3

Stel een passend stelsel op bij de volgende vraagstukken.

Vermeld ook duidelijk je keuze van onbekenden.

Je moet het stelsel niet oplossen.

- Sam wil zijn verzameling stickers aan zijn vrienden uitdelen. Geeft hij aan elke vriend 5 stickers, dan heeft hij er 2 tekort. Als hij aan iedereen 4 stickers geeft, dan heeft hij 6 stickers over.
Hoeveel stickers en hoeveel vrienden heeft Sam?
- De leeftijd van vader is 4 minder dan het viervoud van de leeftijd van zijn zoon. Over 20 jaar zal vader 2 jaar ouder zijn dan het dubbel van de leeftijd van zijn zoon (op dat moment).
Hoe oud zijn beide nu?
- Op een optreden zijn er 1200 toeschouwers. Voor een zitplaats betaal je 10 euro, voor een staanplaats betaal je 8 euro. In de kassa telt men 10 640 euro. Hoeveel tickets voor een zitplaats en hoeveel voor een staanplaats werden er verkocht?



a) Keuze onbekenden:

aantal stickers: x

aantal vrienden: y

Stelsel:

$$\begin{cases} 5y = x + 2 \\ 4y = x - 6 \end{cases}$$

b) Keuze onbekenden:

leeftijd vader: x

leeftijd zoon: y

Stelsel:

$$\begin{cases} x = 4y - 4 \\ x + 20 = 2(y + 20) + 2 \end{cases}$$

c) Keuze onbekenden:

aantal zitplaatsen: x

aantal staanplaatsen: y

Stelsel:

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ 10x + 8y = 10\,640 \end{cases}$$



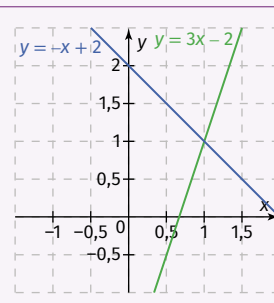
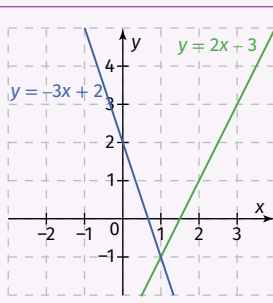
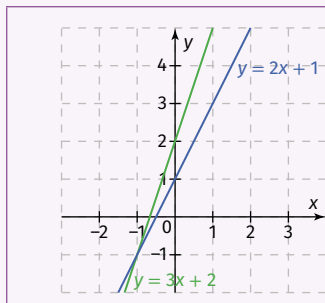
4

Verbind wat bij elkaar hoort.

$$\begin{cases} -3x + y = -2 \\ -x - y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + y = -3 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x + y = 2 \\ -2x + y = 1 \end{cases}$$



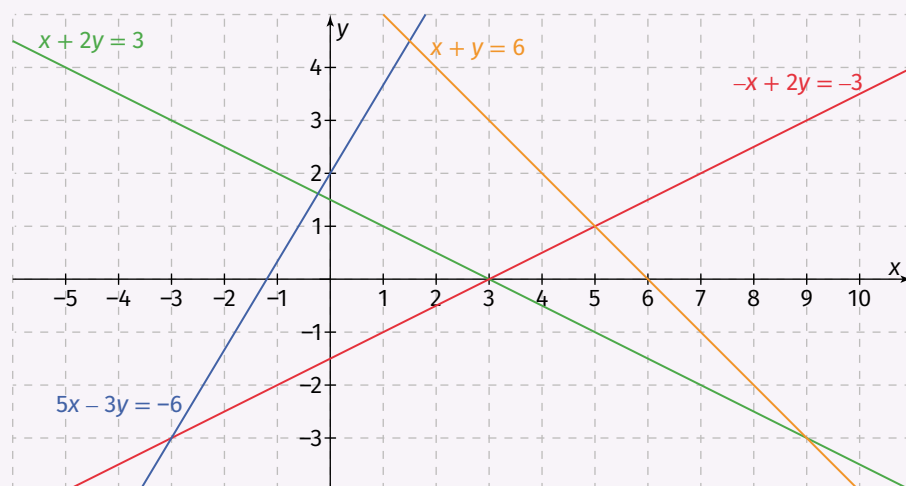
$$V = \{(1, 1)\}$$

$$V = \{(-1, -1)\}$$

$$V = \{(1, -1)\}$$

5

Leid uit de figuur de oplossing af van de volgende stelsels.



$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 3y = -6 \\ -x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ -x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ -x + 2y = -3 \end{cases}$$

$$V = \{(9, -3)\}$$

$$V = \{(-3, -3)\}$$

$$V = \{(5, 1)\}$$

$$V = \{(3, 0)\}$$

6

Verbind.

$\begin{cases} 3x + 4y = -6 \\ 9x + 12y + 18 = 0 \end{cases}$
$\begin{cases} -x + 4y = 5 \\ 2y - 1 = 10 \end{cases}$
$\begin{cases} 5x - 2y = -3 \\ -2x + 5y + 3 = 0 \end{cases}$
$\begin{cases} 3x - 4y = -7 \\ 6x - 8y = 14 \end{cases}$

Eén oplossing

Geen oplossing

Oneindig veel oplossingen

7

Noteer een stelsel dat aan de gegeven voorwaarde voldoet.

- $(-1, -1)$ is een oplossing.
- $(5, -2)$ is een oplossing.
- Het stelsel is onbepaald.

a)
$$\begin{cases} y = x \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y = 2x - 12 \\ y = -2x + 8 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$$

Los de volgende stelsels grafisch op.

a)
$$\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 12x + y = 0 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5x + 2y = 17 \\ y = 3x - 8 \end{cases}$$

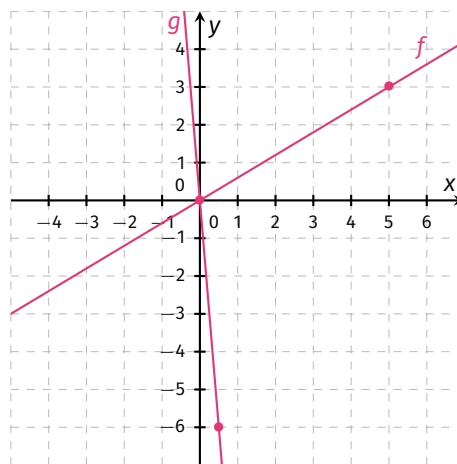
c)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 1 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases}$$

a)

rechte f	
x	y
0	0
5	3

rechte g	
x	y
0	0
$\frac{1}{2}$	-6

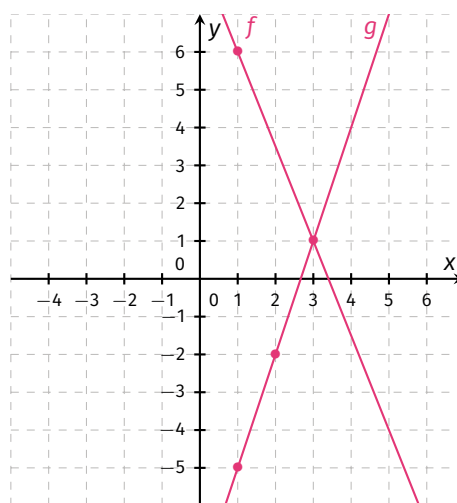


$$V = \{(0, 0)\}$$

b)

rechte f	
x	y
1	6
3	1

rechte g	
x	y
2	-2
1	-5

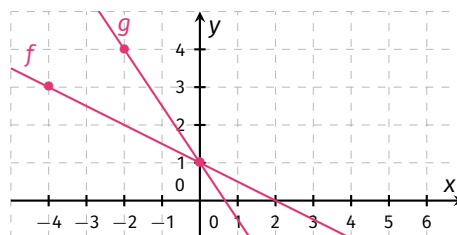


$$V = \{(3, 1)\}$$

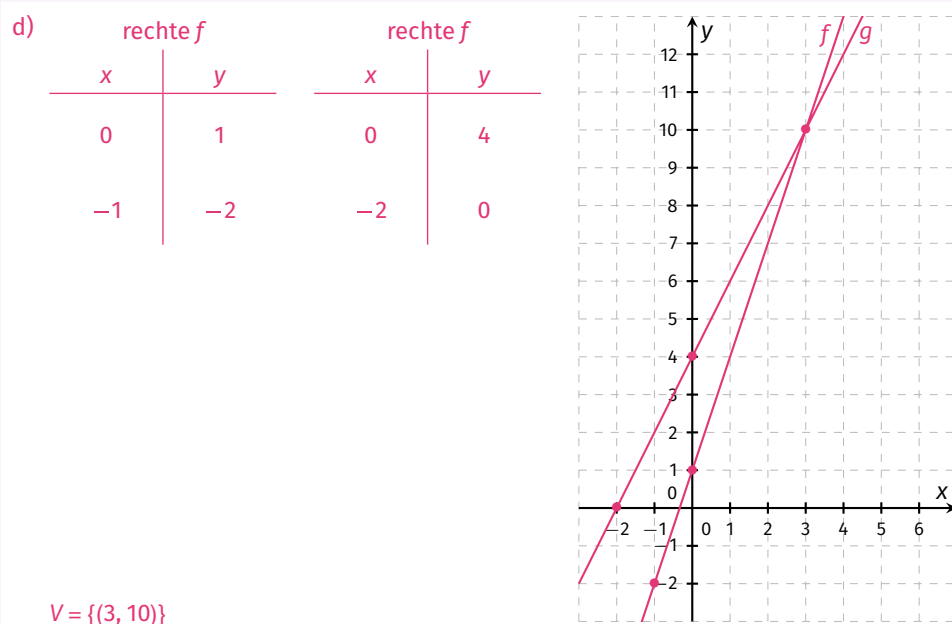
c)

rechte f	
x	y
0	1
-4	3

rechte g	
x	y
0	1
-2	4



$$V = \{(0, 1)\}$$



9

Noteer een waarde voor a zodat het stelsel geen oplossingen heeft.

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ ax + y = -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + 8y = a \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

a) $a = 1$

b) $a = 5$ (elke waarde behalve 20 is een goede oplossing)



10

Noteer een waarde voor a zodat het stelsel oneindig veel oplossingen heeft.

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ ax - y = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 6y = a \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

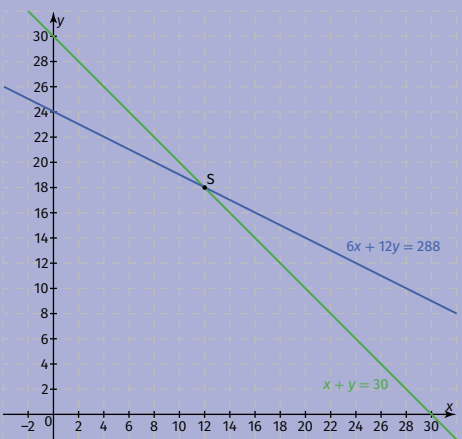
a) $a = -1$

b) $a = 15$



11

Zet wat bij elkaar hoort in dezelfde kleur.

$\begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ -x + y = -3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 10 \\ -2x + 2y = -6 \end{cases}$		Combinatiemethode
Zorg ervoor dat één van de onbekenden tegengestelde coëfficiënten hebben en tel de vergelijkingen lid aan lid op.	$\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - y \\ 2 \cdot (6 - y) - y = 4 \end{cases}$	Vorm de vergelijkingen om naar dezelfde onbekende en stel beide uitdrukkingen aan elkaar gelijk.
Grafische methode	Los één van de vergelijkingen op naar x of y en vervang deze onbekende in de andere vergelijking.	$\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 + 3y \\ x = 3 - 2y \end{cases}$
Gelijkstellingsmethode	Teken de rechten in een assenstelsel en zoek de coördinaat van het snijpunt van deze rechten.	Substitutiemethode

12

Los de volgende stelsels op met een algebraïsche methode. Tussen haakjes staat de methode die je best gebruikt.

- a) $\begin{cases} y = 2x - 8 \\ y = -2x - 12 \end{cases}$ (gelijkstellingsmethode)
- b) $\begin{cases} -4x - 3y = 5 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ (combinatiemethode)
- c) $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 5x + y = 0 \end{cases}$ (substitutiemethode)

a)

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ y = -2x - 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 8 = -2x - 12 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -4 \\ y = 2x - 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -10 \end{cases}$$

$$V = \{(-1, -10)\}$$

$$\text{b)} \quad \begin{cases} -4x - 3y = 5 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 2 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x - 3y = 5 \\ 4x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = 17 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -17 \\ 2x = 23 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{2} \\ y = -17 \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{23}{2}, -17 \right) \right\}$$

$$\text{c)} \quad \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 5x + y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 6 \\ y = -5x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 10x = 6 \\ y = -5x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -9x = 6 \\ y = -5x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3} \right) \right\}$$



13

Los de volgende stelsels op met een algebraïsche methode.

$$\text{a)} \quad \begin{cases} 2x - 5y = 8 \\ -x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\text{b)} \quad \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$$

$$\text{c)} \quad \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{a)} \quad \begin{cases} 2x - 5y = 8 \\ -x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5y = 8 \\ x = 2y - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(2y - 6) - 5y = 8 \\ x = 2y - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4y - 12 - 5y = 8 \\ x = 2y - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = 20 \\ x = 2y - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -20 \\ x = -46 \end{cases}$$

$$V = \{(-46, -20)\}$$

$$\text{b)} \quad \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot (-3) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 3y - 3 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4y - 12 = 0 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 3x + 3 = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$V = \{(2, 3)\}$$

$$\text{c)} \quad \begin{cases} x - y = 3 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3(y + 3) + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 3y + 9 + 2y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 3 \\ 5y = -10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$V = \{(1, -2)\}$$



14

Los de volgende stelsels op met een algebraïsche methode.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 6 \\ 5x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 5y - 3 = 0 \\ -x - 2y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = -3 \\ x - 6y = 6 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + 3y = 6 \\ 5x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 12 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(2, \frac{4}{3} \right) \right\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x + 5y - 3 = 0 \\ -x - 2y + 9 = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot 2 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 5y - 3 = 0 \\ -2x - 4y + 18 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y + 15 = 0 \\ -x - 2y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -15 \\ -x + 30 + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -15 \\ x = 39 \end{cases}$$

$$V = \{(39, -15)\}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = -3 \\ x - 6y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = -3 \\ x = 6 + 6y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(6 + 6y) - 3y = -3 \\ x = 6 + 6y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 + 12y - 3y = -3 \\ x = 6 + 6y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9y = -15 \\ x = 6 + 6y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{5}{3} \\ x = 6 - 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(-4, -\frac{5}{3} \right) \right\}$$



15

Los de volgende stelsels op met een algebraïsche methode.

$$\text{a) } \begin{cases} 3y = -12 \\ x + 4y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5x + y = 4 \\ 10x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - y = -6 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 3y = -12 \\ x + 4y = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x - 16 = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 24 \end{cases}$$

$$V = \{(24, -4)\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5x + y = 4 \\ 10x - 2y = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot (-2) \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10x - 2y = -8 \\ 10x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4y = -8 \\ 5x + y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 5x + 2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{2}{5}, 2 \right) \right\}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - y = -6 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = -18 \\ 6x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15x = -3 \\ 3x - y = -6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} - y = -\frac{30}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ y = \frac{27}{5} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(-\frac{1}{5}, \frac{27}{5} \right) \right\}$$



Los de volgende stelsels op met een algebraïsche methode.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 4y = 6 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + y = -5 \\ -4x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2 - y = 2x \\ 8x - y = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x + 4y = 6 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 4y \\ x = 8 + 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 4y \\ 6 - 4y = 8 + 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 4y \\ 7y = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + \frac{8}{7} \\ y = -\frac{2}{7} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{50}{7} \\ x = -\frac{2}{7} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{50}{7}, -\frac{2}{7} \right) \right\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + y = -5 \\ -4x - y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = -5 \\ -5x = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{5} + y = -5 \\ x = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 + \frac{3}{5} \\ x = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{22}{5} \\ x = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{3}{5}, -\frac{22}{5} \right) \right\}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2 - y = 2x \\ 8x - y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - y = 2x \\ y = 8x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 8x = 2x \\ y = 8x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 2 \\ y = 8x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{1}{5}, \frac{8}{5} \right) \right\}$$



Los de volgende stelsels op met een algebraïsche methode.

$$\text{a) } \begin{cases} 10x + 2y = 12 \\ 5x - y = 25 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + y = -7 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ 5x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} 10x + 2y = 12 \\ 5x - y = 25 \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot \frac{1}{2} \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 5x - y = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 10x = 31 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{155}{10} + y = 6 \\ x = \frac{31}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{60}{10} - \frac{155}{10} \\ x = \frac{31}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{95}{10} \\ x = \frac{31}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{19}{2} \\ x = \frac{31}{10} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{31}{10}, -\frac{19}{2} \right) \right\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - y = 2 \\ 2x + y = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 2 \\ 5x = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 - y = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$V = \{(-1, -5)\}$$

$$\text{c) } \left\{ \begin{array}{l} 5x + 3y = 5 \\ 5x - 2y = 5 \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot 1 \\ \cdot (-1) \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ -5x + 2y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 0 \\ 5x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 5x = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$V = \{(1, 0)\}$$



Los de volgende stelsels op met een algebraïsche methode.

$$\text{a) } \begin{cases} y = -\frac{2}{3}x \\ 4x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -\frac{1}{4}x + y = -3 \\ -4x - 6y = 40 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{3}x + y = 5 \\ \frac{5}{7}x - y = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} y = -\frac{2}{3}x \\ 4x + y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{2}{3}x \\ y = 5 - 4x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2}{3}x = 5 - 4x \\ y = 5 - 4x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x = 15 - 12x \\ y = 5 - 4x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 15 \\ y = 5 - 4x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 5 - \frac{4 \cdot 3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -1 \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{3}{2}, -1 \right) \right\}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -\frac{1}{4}x + y = -3 \\ -4x - 6y = 40 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 + \frac{1}{4}x \\ -4x - 6\left(-3 + \frac{1}{4}x\right) = 40 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 + \frac{1}{4}x \\ -4x + 18 - \frac{3}{2}x = 40 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 + \frac{1}{4}x \\ -8x + 36 - 3x = 80 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 + \frac{1}{4}x \\ -11x = 44 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -3 + \frac{1}{4} \cdot (-4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$V = \{(-4, -4)\}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{3}x + y = 5 \\ \frac{5}{7}x - y = -\frac{4}{3} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot 21 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 15 \\ 15x - 21y = -28 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 7 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x + 21y = 105 \\ 15x - 21y = -28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 22x = 77 \\ 15x - 21y = -28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ 15 \cdot \frac{7}{2} - 21y = -28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ 105 - 42y = -56 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ 42y = 161 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{161}{42} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{23}{6} \end{cases}$$

$$V = \left\{ \left(\frac{7}{2}, \frac{23}{6} \right) \right\}$$



19

Los de volgende stelsels op met ICT.



$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2}{5}x - y = -11 \\ \frac{1}{4}x - y - 11 = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{1}{8}x - \frac{2}{3}y = 0 \\ \frac{3}{4}x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} -\frac{2}{3}x + 12y = -4 \\ \frac{5}{2}x + \frac{8}{5}y - 15 = 0 \end{cases}$$



20

Los de volgende stelsels op met ICT.



$$\text{a) } \begin{cases} 3(x+1) - (x+y) = 9 \\ 2(x+3) + 3(y-1) = 12 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 5 \\ 3x + 1 - (y - 4) = 10 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 4(x+1) - 4(y+1) = 8(y+2) \\ 6(x-y) - 3(x+y) = -8y \end{cases}$$



Gegeven: driehoek ABC met

$$AB \Leftrightarrow x + 2y = 11$$

$$BC \Leftrightarrow -x + 4y = 1$$

$$AC \Leftrightarrow 2x + y = 7$$

Gevraagd: de coördinaten van de hoekpunten A, B en C.

We zoeken de coördinaat van B

$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ -x + 4y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 11 \\ 6y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = 11 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$V = \{(7, 2)\}$$

De coördinaat van B is (7, 2).

We zoeken de coördinaat van A

$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 11 \\ y = 7 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2(7 - 2x) = 11 \\ y = 7 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 14 - 4x = 11 \\ y = 7 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x = -3 \\ y = 7 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 7 - 2 \cdot 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$$

$$V = \{(1, 5)\}$$

De coördinaat van A is (1, 5).

We zoeken de coördinaat van C

$$\begin{cases} -x + 4y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 8y = 2 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9y = 9 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 2x + 1 = 7 \end{cases}$$

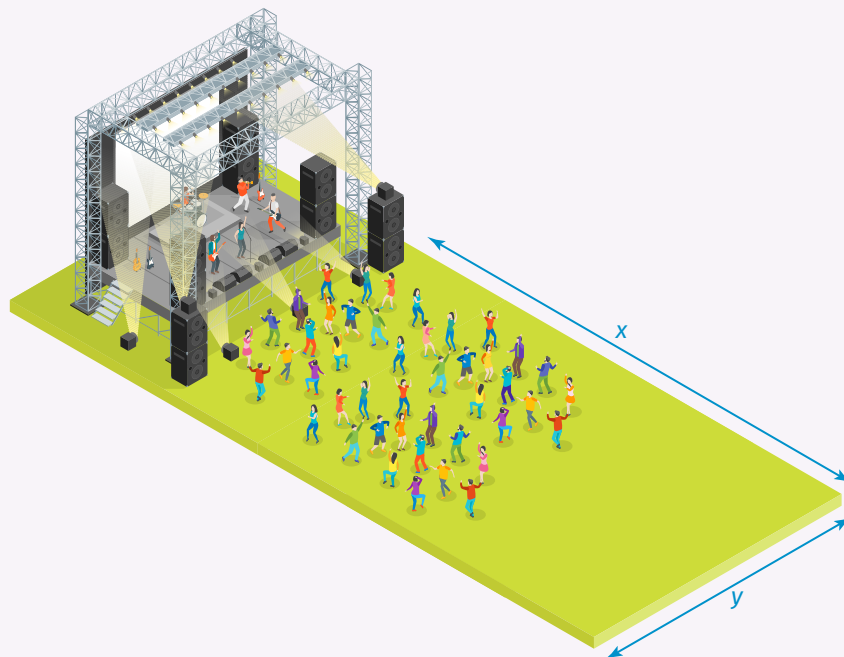
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$V = \{(3, 1)\}$$

De coördinaat van C is (3, 1).



Voor een buitenconcert wordt een rechthoekige zone afgebakend met 300 meter lint. De lengte is 30 meter meer dan het dubbele van de breedte. Bereken de lengte en de breedte van de zone.



- Keuze onbekenden:
lengte rechthoek: x
breedte rechthoek: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 300 \\ x = 2y + 30 \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ x = 2y + 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y + 30 + y = 150 \\ x = 2y + 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 120 \\ x = 2y + 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 80 + 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 110 \end{cases}$$

$$V = \{(110, 40)\}$$

- Antwoord: De festivalzone is 110 m lang en 40 m breed.

- Controle:

$$\begin{cases} 2(40 + 110) = 300 \\ 110 = 2 \cdot 40 + 30 \end{cases}$$



23

Een toegangskaart voor de 100-dagenfuif kost € 3 in voorverkoop en € 5 de avond zelf. Er zijn 484 betalende personen aanwezig. De voorverkoop van de toegangskaarten bracht € 1071 op. Hoeveel kaarten werden de avond zelf verkocht?

- Keuze onbekenden:
aantal kaarten in voorverkoop: x
aantal kaarten aan de deur: y
- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} 3x = 1071 \\ x + y = 484 \end{cases}$$
- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} x = 357 \\ y = 484 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 357 \\ y = 484 - 357 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 357 \\ y = 127 \end{cases}$$

$$V = \{(357, 127)\}$$
- Antwoord: De avond zelf werden er 127 kaarten verkocht.
- Controle:

$$\begin{cases} 3 \cdot 357 = 1071 \\ 357 + 127 = 484 \end{cases}$$



24

De organisatie van de reddersfuif wil de winst verdelen aan alle medewerkers. Als ze aan elk € 25 geven, dan is er € 50 over. Als iedereen € 30 krijgt, dan is er € 100 te weinig. Hoeveel medewerkers waren er en hoe groot was de winst?

- Keuze onbekenden:
aantal medewerkers: x
winst: y
- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} 25x = y - 50 \\ 30x = y + 100 \end{cases}$$
- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} y = 25x + 50 \\ y = 30x - 100 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 50 = 30x - 100 \\ y = 25x + 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 150 \\ y = 25x + 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 750 + 50 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 800 \end{cases}$$

$$V = \{(30, 800)\}$$
- Antwoord: Er waren 30 medewerkers. De winst was € 800,00.
- Controle:

$$\begin{cases} 25 \cdot 30 = 800 - 50 \\ 30 \cdot 30 = 800 + 100 \end{cases}$$



Een nieuwe voetbal kost 30 euro. Ward zou de voetbal kunnen kopen als Imane hem de helft van haar bezit gaf. Imane zou hem kunnen kopen als Ward haar een derde van zijn bezit gaf. Hoeveel euro bezit elk?

- Keuze onbekenden:

bezit van Ward: x

bezit van Imane: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 30 \\ \frac{1}{3}x + y = 30 \end{cases} \begin{matrix} \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{matrix}$$

- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} 2x + y = 60 \\ x + 3y = 90 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 60 - 2x \\ x + 3(60 - 2x) = 90 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 60 - 2x \\ x + 180 - 6x = 90 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 60 - 2x \\ -5x = -90 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 60 - 2 \cdot 18 \\ x = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 \\ x = 18 \end{cases}$$

$$V = \{(18, 24)\}$$

- Antwoord: Ward heeft € 18,00 en Imane heeft € 24,00.

- Controle:

$$\begin{cases} 18 + \frac{1}{2} \cdot 24 = 30 \\ \frac{1}{3} \cdot 18 + 24 = 30 \end{cases}$$



Ben was vier jaar geleden dubbel zo oud als Chloë nu is. Binnen 8 jaar zal Ben drie keer zo oud zijn als Chloë vier jaar geleden was. Hoe oud zijn Ben en Chloë?

- Keuze onbekenden:

leeftijd van Ben: x

leeftijd van Chloë: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} x - 4 = 2y \\ x + 8 = 3(y - 4) \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} x - 4 = 2y \\ x + 8 = 3y - 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 4 \\ 2y + 4 + 8 = 3y - 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y + 4 \\ 24 = y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \cdot 24 + 4 \\ y = 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 52 \\ y = 24 \end{cases}$$

$$V = \{(52, 24)\}$$

- Antwoord: Ben is 52 jaar oud en Chloë 24 jaar.

- Controle:

$$\begin{cases} 52 - 4 = 2 \cdot 24 \\ 52 + 8 = 3 \cdot (24 - 4) \end{cases}$$



Een stuk bouwgrond van 3480 m^2 wordt zo verdeeld dat een derde van het eerste stuk 150 m^2 groter is dan de helft van het tweede stuk. Bereken de oppervlakte van beide stukken bouwgrond.

- Keuze onbekenden:

oppervlakte van het eerste stuk: x

oppervlakte van het tweede stuk: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} x + y = 3480 & \cdot 1 \\ \frac{1}{3}x = \frac{1}{2}y + 150 & \cdot 6 \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} x = -y + 3480 \\ 2x = 3y + 900 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 3480 \\ 2(-y + 3480) = 3y + 900 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 3480 \\ -2y + 6960 = 3y + 900 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -y + 3480 \\ 5y = 6060 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1212 + 3480 \\ y = 1212 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2268 \\ y = 1212 \end{cases}$$

$$V = \{(2268, 1212)\}$$

- Antwoord: Het eerste stuk bouwgrond heeft een oppervlakte van 2268 m^2 .

Het tweede stuk bouwgrond is 1212 m^2 groot.

- Controle:

$$\begin{cases} 2268 + 1212 = 3480 \\ \frac{1}{3} \cdot 2268 = \frac{1}{2} \cdot 1212 + 150 \end{cases}$$



Voor een trouwfeest worden stoelen en tafels klaargezet. Plaatst men aan elke tafel 6 stoelen, dan zijn er 3 stoelen over. Wil men aan elke tafel 7 stoelen plaatsen, dan heeft men er 9 te kort. Hoeveel stoelen zijn er als het aantal tafels onveranderd blijft?



- Keuze onbekenden:

aantal stoelen: x

aantal tafels: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} x = 6y + 3 \\ x = 7y - 9 \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} 6y + 3 = 7y - 9 \\ x = 6y + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 6 \cdot 12 + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 75 \end{cases}$$

$$V = \{(75, 12)\}$$

- Antwoord: Er zijn 75 stoelen.

- Controle:

$$\begin{cases} 75 = 6 \cdot 12 + 3 \\ 75 = 7 \cdot 12 - 9 \end{cases}$$



De leeftijden van 2 personen verhouden zich als 2 en 3. Zes jaar geleden was de verhouding 5 tot 8.
Hoe oud is elke persoon?

- Keuze onbekenden:

leeftijd 1e persoon nu: x

leeftijd 2e persoon nu: y

- Opstellen stelsel:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{x-6}{y-6} = \frac{5}{8} \end{cases}$$

- Oplossen stelsel:

$$\begin{cases} 3x = 2y \\ 8(x-6) = 5(y-6) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ 8x - 48 = 5y - 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ \frac{16}{3}y - 48 = 5y - 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ 16y - 144 = 15y - 90 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ y = 54 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \cdot 54 \\ y = 54 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 54 \end{cases}$$

$$V = \{(36, 54)\}$$

- Antwoord: De 1e persoon is 36 jaar.
De 2e persoon is 54 jaar.

- Controle:

$$\begin{cases} \frac{36}{54} = \frac{2}{3} \\ \frac{30}{48} = \frac{5}{8} \end{cases}$$

